

Theoretische Physik I

SS 2015
Blatt 10

24.06.2015
Fälligkeitsdatum 01.07.2015

Aufgabe 1: Trägheitsmoment 1

- (a) Betrachten Sie die Rotation eines Objekts um seinen Schwerpunkt. Nun sei die x-Achse um r verschoben; berechnen Sie das neue Trägheitsmoment dieses Bezugssystems. Benutzen Sie die Definition vom Schwerpunkt um Ihre Lösung zu vereinfachen. (3 Punkte)
- (b) Betrachten Sie stattdessen eine allgemeinere Translation um den Vektor \mathbf{R} . Berechnen Sie den Trägheitstensor. *Hinweis: betrachten Sie ein allgemeines Element der Matrix $I_{j,k}$.* (7 Punkte)

Aufgabe 2: Trägheitsmoment 2

- (a) Berechnen Sie den Trägheitstensor eines Quaders mit den Seitenlängen 3,4 und 5. (5 Punkte)
- (b) Was ist das Trägheitsmoment bezüglich Drehungen um eine Diagonale? Berechnen Sie Winkelgeschwindigkeit, kinetische Energie und Drehimpuls. (5 Punkte)

Aufgabe 3: Drehmoment und Reflektionen

In der Physik ist ein treuer Vektor ein Euklidischer Vektor mit zugehöriger Richtung, z.B. eine Bewegung im Raum. Durch ungeeignete Rotationen (z.B. Inversion) erhält er einen Vorzeichenwechsel, welcher als der Fakt, dass die neue Richtung nicht durch Rotation erreicht werden kann interpretiert wird. Ein Pseudovektor hat die Richtung, die die Normale einer Ebene darstellt (z.B. Kreuzprodukt). Unter Inversion kann die neue Ebene durch eine einfache Rotation wiederhergestellt werden, obwohl der zugehörige Pseudovektor kein Vorzeichenwechsel erfährt.

- a) Wie wird ein Vektor mathematisch definiert? (2 Punkte) Definiert dies eine größere oder kleinere Menge als die physikalische Rotation? (2 Punkte)
- b) Zeigen Sie, dass der Drehimpuls ein Pseudovektor ist. (6 Punkte)

Aufgabe 4: Symmetrischer Kreisel

Betrachten Sie einen symmetrischen Kreisel mit konstantem Drehmoment $\mathbf{M} = M_0 \mathbf{e}_z$.

Die Anfangsbedingungen seien $\omega(0) = 0$ und $\mathbf{e}_3(0) = \mathbf{e}_z$ wobei ω die Winkelgeschwindigkeit im Bezugssystem $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ des Kreisels sei und $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ das Laborsystem.

- a) Beschreiben Sie die Bewegungsgleichung des Drehimpulses. (1 Punkt) Lösen Sie diese Gleichung. (1 Punkt).
- b) Nutzen Sie diese Lösung sowie die Projektion der Winkelgeschwindigkeit in das Karthesische Bezugssystem um Differentialgleichungen für die Eulerwinkel herzuleiten. (3 Punkte)
- c) Zeigen Sie mithilfe der Anfangsbedingungen, dass sich diese reduzieren lassen zu:

$$I_3(\dot{\phi} + \dot{\psi}) = M_0 t$$

mit I_3 der dritten Komponente des Trägheitstensors. (2 Punkte)

- d) Rechtfertigen Sie warum die Gleichung weiter vereinfacht werden kann und lösen Sie sie. (3 Punkte)