Theoretische Physik II

WS 2013-2014 **23.01.2014**
Blatt XIII **Fälligkeitsdatum 30.01.2014**

Übung 1 *Sieben relativistische Schwaben*

Sieben Schwaben halten sich an einem Spieß der Länge L_1. Sie rennen auf eine Scheune der Länge $L_2 < L_1$ mit Toren an jeder Seite zu. Sie rennen mit einer hohen Geschwindigkeit $v = \beta c$ so dass im Bezugssystem der Scheune aufgrund der relativistischen Längenkontraktion der Spieß kürzer erscheint als die Scheune. Ein Beobachter der neben der Scheune ruht sieht, dass für einen Augenblick die Schwaben in der Scheune und dabei beide Tore geschlossen sind. Einer der Schwaben hat jedoch auch schon einmal etwas von der speziellen Relativitätstheorie gehört und stellt fest, dass sich in seinem Bezugssystem die Scheune ebenfalls verkürzt und damit erst recht kürzer ist, als der Spieß . Er befürchtet, sich bei der Kollision mit den sich schließenden Scheunentoren zu verletzen.

a) Wer macht den Denkfehler? Welches Bild ist richtig, warum ist das andere falsch? Welches Prinzip liegt Ihrer Antwort zugrunde *(1 Punkt)*

b) Zeichnen Sie ein geeignetes Raumzeitdiagramm für diesen Vorgang. Wählen Sie $L_1/L_2 = 1.2$ und $\beta = 0.6$. Markieren Sie Equitemps und Equilocs der Scheunentore sowie der Enden des Spießes *(2 Punkte)*

c) Myonen sind Elementarteilchen, die schnell in andere Teilchen (Elektronen und Neutrions) zerfallen. Die Lebensdauer eines ruhenden Myons ist 2.2μs, dort hat es eine Ruheenergie von 105.6MeV. In kosmischer Strahlung hat ein Myon typischerweise eine Ausgangsenergie von 1GeV. Wie lange ist seine Lebensdauer, welchen Weg kann es in dieser Zeit zurücklegen ? *(1 Punkt)*

Übung 2 *Geschwindigkeitsaddition*

In der Vorlesung haben Sie die Matrixdarstellung Λ^ν_μ des Lorentzboosts in x-Richtung kennengelernt

a) Konstruieren Sie die Darstellung eines Lorentzboosts mit einer beliebigen Richtung von $\vec{v}$. Dazu können Sie z.B. das Ergebnis aus der Vorlesung vektoriell schreiben und sich überlegen, wie sich die Elemente der Formel unter Drehungen des Raumes verhalten. *(2 Punkte)*

b) Betrachten Sie ein Teilchen, das sich mit Geschwindigkeit $\vec{u}$ gleichförmig in Ihrem Ruhesystem bewegt. Wie lautet seine Geschwindkeit in einem Bezugssystem, das sich gegenüber Ihrem Bezugssytem mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt, wobei die beiden Geschwindigkeiten im Allgemeinen nicht parallel sind? Interpretieren Sie das Ergebnis als relativistische

Geschwindigkeitsaddition.
Hinweis: Wenn Sie Ihr Ergebnis aus dem ersten Aufgabenteil nicht verwenden möchten, dann können Sie annehmen, dass $\vec{v}$ parallel zur x-Achse liegt. *(2 Punkte)*

Übung 3 *Das Zwillingsparadoxon*

Nehmen Sie an, dass ein zwanzigjähriger Zwilling mit einer Rakete die Erde verlässt, während der andere zurückbleibt. Die Rakete wurde so konstruiert, dass sie eine Beschleunigung von g in ihrem eigenen Ruhesystem erfährt (der Beobachter fühlt sich wie Zuhause). Die Rakete beschleunigt geradlinig für 5 Jahre (nach ihrer Uhr), bremst 5 Jahre lang ab, dreht um, beschleunigt erneut für 5 Jahre und bremst wieder 5 Jahre lang ab, um wieder auf der Erde zu landen. Der Zwilling in der Rakete ist nun 40 Jahre alt.

a) Wie alt ist der auf der Erde zurückgebliebene Zwilling? *(2 Punkte)*

b) Wie weit hat sich die Rakete während ihrer Reise von der Erde entfernt? *(1 Punkt)*

Übung 4 *Gebräuchliche Konzepte*

a) In der klassichen Mechanik lautet Newtons zweites Gesetz $\vec{F} = m\vec{a}$. Zeigen Sie, dass die relativistische Gleichung $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ stattdessen

$$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \left(\vec{a} + \frac{\vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{a})}{c^2 - u^2} \right) \tag{1}$$

lautet, wobei $\vec{a} = d\vec{u}/dt$ die gewöhnliche Beschleunigung und $\vec{u}$ die Geschwindigkeit bezeichnen. *(1 Punkt)*

b) Bestimmen sie die korrekte 4-er Beschleunigung mittels

$$\alpha^\mu \equiv \frac{d\eta^\mu}{d\tau} = \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2}\,, \tag{2}$$

mit η^μ der 4-er Geschwindigkeit, x^μ dem 4-er Raumvektor und τ der Eigenzeit. Bestimmen Sie α^0 und $\vec{\alpha}$ bezüglich $\vec{a}$ und $\vec{u}$. *(1 Punkt)*

c) Drücken Sie $\alpha_\mu \alpha^\mu$ durch $\vec{a}$ und $\vec{u}$ aus. *(1 Punkt)*

d) Zeigen Sie, dass $\eta^\mu \alpha_\mu = 0$ gilt. *(1 Punkt)*

e) Schreiben Sie Minkowskis Version von Newtons zweitem Gesetz bezüglich α^μ auf und bestimmen Sie das invariante Produkt $K^\mu \eta_\mu$, wobei K^μ die Minkowski 4-er Kraft ist. *(1 Punkt)*