

Theoretische Physik II

WS 2013-2014
Blatt V

14.11.2013
Fälligkeitsdatum 21.11.2013

Übung 1 *Ellipsoid*

- a) Wir betrachten ein homogen geladenes Ellipsoid mit Ladung Q und Halbachsen der Längen (a, b, c) entlang der Koordinatenachsen (x, y, z) . Berechnen Sie den dazugehörigen Tensor des Quadrupolmoments. (2 Punkte)
- b) Jetzt betrachten wir einen beliebigen Quadrupoltensor. Da dieser symmetrisch ist, lässt er sich mit einer orthogonalen Transformation diagonalisieren. Benutzen Sie diese Tatsache um zu diskutieren, welches Ellipsoid einem gegebenen Quadrupoltensor entspricht. (1 Punkt)
- c) Konstruieren Sie ein Ellipsoid mit Quadrupoltensor

$$\mathbf{Q} = QR^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 0 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

(1 Punkt)

Übung 2 *Ladungsverteilung*

Gegeben sei die Ladungsverteilung

$$\rho = \frac{\rho_0}{r_0} e^{-r/r_0} \sin(2\theta) \sin(\phi). \quad (2)$$

Berechnen Sie das von ihr erzeugte Potenzial sowie das elektrische Feld und stellen Sie das Ergebnis grafisch dar. Nutzen Sie dazu die Orthogonalität der Kugelflächenfunktionen (3 Punkte)

Übung 3 *Kugelflächenfunktionen*

Um ein intuitives Verständnis für die Kugelflächenfunktionen zu bekommen, lohnt es sich deren Gestalt für variierende l und m miteinander zu vergleichen. Erzeugen Sie mittels Computersoftware dreidimensionale Darstellungen der Beträge der folgenden Sequenzen von Kugelflächenfunktionen:

a) für konstantes l :

1. $\{l, m\} = \{0, 0\}$.
2. $\{l, m\} = \{1, 0\}, \{1, 1\}$.
3. $\{l, m\} = \{2, 0\}, \{2, 1\}, \{2, 2\}$.
4. $\{l, m\} = \{3, 0\}, \{3, 1\}, \{3, 2\}, \{3, 3\}$.

(1 Punkt)

b) für konstantes m :

1. $\{l, m\} = \{1, 0\}, \{2, 0\}, \{3, 0\}, \{4, 0\}$.
2. $\{l, m\} = \{2, 1\}, \{3, 1\}, \{4, 1\}, \{5, 1\}$.
3. $\{l, m\} = \{3, 2\}, \{4, 2\}, \{5, 2\}, \{6, 2\}$.

(1 Punkt)

c) für konstantes $l - m$:

1. $\{l, m\} = \{1, 1\}, \{2, 2\}, \{3, 3\}, \{4, 4\}$.
2. $\{l, m\} = \{2, 1\}, \{3, 2\}, \{4, 3\}, \{5, 4\}$.
3. $\{l, m\} = \{3, 1\}, \{4, 2\}, \{5, 3\}, \{6, 4\}$.
4. $\{l, m\} = \{4, 1\}, \{5, 2\}, \{6, 3\}, \{7, 4\}$.

(1 Punkt)

Übung 4 *Geladener Zylinder*

Wir betrachten einen homogen geladenen, unendlich langen Draht mit endlichem Radius r_0 . Bestimmen Sie mit Hilfe der Poissongleichung das elektrostatische Potenzial des Drahtes für $r < r_0$ und $r > r_0$.

Anleitung: Schreiben Sie die Poissongleichung in Zylinderkoordinaten auf, bestimmen Sie die Eigenfunktionen des Winkelanteils und benutzen Sie diese zur Bestimmung der Radialfunktion. Das gibt Ihnen ein zylindrisches Analogon zur Entwicklung der Kugelflächenfunktionen.

(5 Punkte)