Theoretische Physik II

WS 2013-2014 **28.11.2013**
Blatt VII **Fälligkeitsdatum 5.12.2013**

Übung 1 *Stromführender Draht*

Wir betrachten einen geraden Draht mit endlicher Länge $2L$ der einen gleichförmigen Strom

$$\vec{j}(\vec{r}) = I_0 \delta(r) \theta(L - |z|) \hat{e}_z$$

führt, wobei θ die Heaviside Funktion ist. Der Draht liegt entlang der z-Achse und ist um den Ursprung zentriert. Wenden Sie das Biot-Savart-Gesetz an um das Magnetfeld zu bestimmen. Falls der Draht unendlich ist prüfen Sie, dass wir das Ergebnis aus der Vorlesung erhalten. *(2 Punkte)*

Übung 2 *Mehrere Stromfäden*

Wir betrachten zwei unendlich dünne Stromfäden mit Stromstärken I_1 und I_2 die beschrieben sind durch Bahnkurven $\vec{r}_{1/2}(s)$ wobei s ein beliebiger Parameter ist. Wir wollen die Kraft aufgrund des magnetischen Feldes zwischen den Stromfäden untersuchen

a) Benutzen Sie das Biot-Savartsche Gesetz, um die von den Fäden erzeugten Magnetfelder hinzuschreiben. Benutzen Sie außerdem die Lorentzkraftdichte aus Kapitel 1 der Vorlesung, um damit die Kraft auszudrücken. *(1 Punkt)*

b) Leiten Sie einen expliziten Ausdruck her für den Fall, dass $I_1 = -I_2$ und dass die beiden Stromfäden in der xy-Ebene parallel zur z-Achse im Abstand L laufen. Die Kraft selber wird unendlich sein, Sie können aber eine Kraft pro Länge ausrechnen (entsprechend der Definition des Ampere). *(1 Punkt)*

c) Berechnen Sie die magnetische Feldenergie der Gesamtanordnung aus Teil a). Zeigen Sie, dass sich diese als Bilinearform

$$E = \frac{1}{2} I^T L I$$

schreiben lässt, wobei I ein Vektor aus den Größen I_1 und I_2 ist und L eine Matrix. Geben Sie geschlossene Integralausdrücke für die Matrixelemente an.

(1 Punkt)

Übung 3 *Rotierende Kugelschale*

Betrachten Sie eine geladene Kugelschale mit Radius a und Gesamtladung q, die um eine beliebige Achse mit Winkelgeschwindigkeit ω rotiert.

a) Bestimmen Sie das Vektorpotenzial innerhalb und außerhalb der Kugelschale. *(2 Punkte)*

b) Bestimmen Sie den magnetischen Dipol mit den folgenden zwei Methoden:

   1. Drücken Sie die Komponenten des magnetischen Dipols in kartesischen Koordinaten aus und berechnen Sie das Integral. *(1 Punkt)*
   2. Zerlegen Sie die Kugelschale in infinitesimale Kreise, bestimmen Sie den infinitesimalen Dipol jedes Kreises und integrieren Sie über alle Kreise um den gesamten magnetischen Dipol zu kriegen. *(1 Punkt)*

c) Prüfen Sie, dass das Vektorpotenzial außerhalb der rotierenden Kugelschale ein perfekter Dipol ist. *(2 Punkte)*

Übung 4 *Magnetische Felder*

a) Berechnen Sie die magnetischen Dipolmomente von einer homogen geladenen Vollkugel, die mit Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Berechnen Sie hier auch das gyromagnetische Verhältnis, also den Proportionalitätsfaktor zwischen Drehimpuls und magnetischem Moment *(2 Punkte)*

b) Wir betrachten ein paar Helmholtz-Spulen. Dies sind Kreisförmige Leiterschleifen, die vom Strom I in gleicher Richtungdurchflossen werden. Sie liegen parallel zur xy-Ebene bei $z = \pm b$ und haben Radius R. Leiten Sie einen formalen Ausdruck für das Vektorpotenzial, das von diesen Spulen erzeugt wird, her. Entwickeln Sie Vektorpotenzial und Magnetfeld in niedrigster nichtverschwindender Ordnung in ρ/R und z/b wobei $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ ist. Welche Beziehung muss zwischen R und b gelten, damit das Magnetfeld möglichst homogen ist?
Hinweis: Es ist

$$\int_0^2 \pi d\phi \ \cos^n \phi = \frac{2\pi}{2^n} \binom{n}{n/2}$$

für gerades n und 0 sonst. *(3 Punkte)*