Einführung in die Quanteninformation
Übungsblatt 6

Dr. Michael Marthaler
M.Sc. Peter Schuhmacher

SS 2017 **26.07.2017**

1. Dekohärenz und die Lindblad-Gleichung **6 Punkte**

Nehmen sie an, dass die Bewegungsgleichung der Dichtematrix eines 2-Niveau-Systems gegeben ist durch,

$$\dot{\rho} = -i\frac{1}{2}\omega_{10}[\sigma_z, \rho] + \frac{\gamma_{10}}{2}(2\sigma_-\rho\sigma_+ - \sigma_+\sigma_-\rho - \rho\sigma_+\sigma_-) + \frac{\gamma_{01}}{2}(2\sigma_+\rho\sigma_- - \sigma_-\sigma_+\rho - \rho\sigma_-\sigma+). \tag{1}$$

Dabei gilt

$$\sigma_+ |1\rangle = 0,\ \sigma_- |1\rangle = |0\rangle\,,\ \sigma_- |0\rangle = 0,\ \sigma_+ |0\rangle = |1\rangle\,. \tag{2}$$

Finden sie die Bewegungsgleichung für die Matrixelemente $\rho_{11}(t)$ und $\rho_{10}(t)$.

2. Der 'echte' Flux-Qubit **14 Punkte**

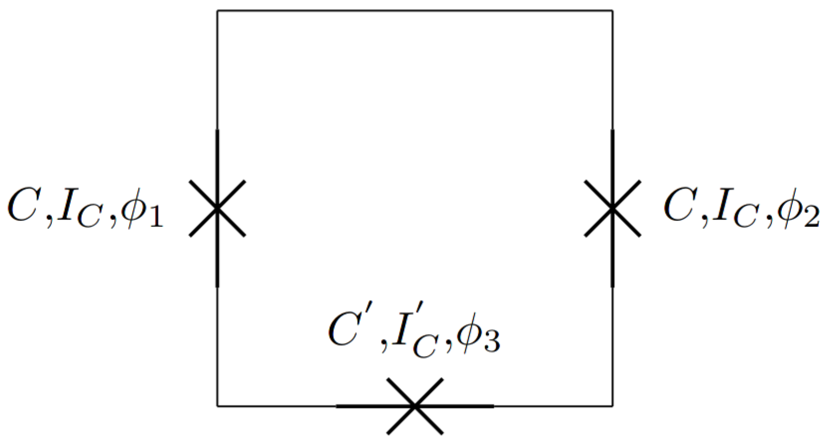

Abbildung 1: Flussqubit aus drei Josephson-Kontakten

a)(4 Punkte) Wir betrachten nun ähnlich zu Blatt 4 einen Flux-Qubit, dieses Mal allerdings mit 3-Josephson Kontakten in einer Ringanordnung wie in Abb. 1, wobei 2 Kontakte identisch sind. Jeder Josephson-Kontakt wird wie auf Blatt 4 durch eine kapazitiven Strom $I_K = \frac{\hbar}{2e}C\ddot{\phi}$ und einen Josephson-Strom $I_J = I_C \sin(\phi)$ beschrieben. Die Summe der Phasen der drei Kontakte ist durch den externen Fluss durch den Ring gegeben $\phi_E = \frac{2e}{\hbar}\Phi_E$, d.h. $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = \phi_E$. Wir vernachlässigen im folgenden den induktiven Strom durch die Leitung und die induktive Energie. Berechnen Sie mit Hilfe der Kirchhoff'schen Regeln und dem Vergleich mit der Euler-Lagrange Funktion die Bewegungsgleichung für ϕ_1, ϕ_2 und ϕ_3, wobei sie eine Phase durch die Randbedingung eliminieren können.

b)(4 Punkte) Der Aufbau aus a) wird erweitert um einen inneren Ring der den einzelnen Josephson-Kontakte ersetzt wie in Abb. 2, wobei wir annehmen das die beiden Josephson-Kontakt des Rings identisch sind. Der externe Fluss Φ_E fließt durch den großen Ring, der externe Fluss Φ_e durch den kleineren. Berechnen sie den Strom und durch den inneren Ring und zeigen sie, dass mit der Definition $\phi_{a/b} = \frac{\phi_3 \pm \phi_4}{2}$ der innere Ring als einzelner Josephson-Kontakt mit $C' = 2C''$ und $I_C = 2I_C'' \cos\left(\frac{\phi_e}{2}\right)$ beschrieben werden kann.

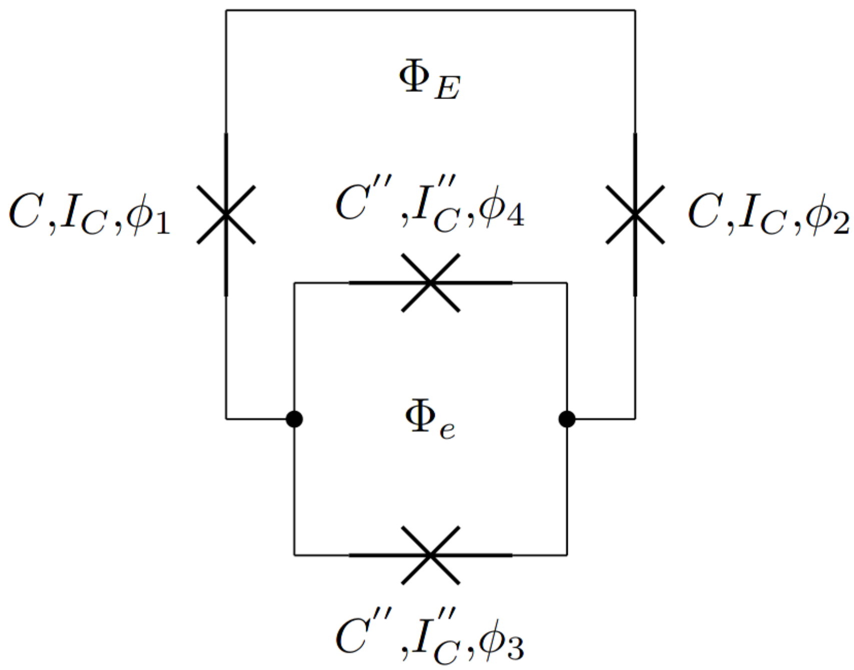

Abbildung 2: Flussqubit aus vier Josephson-Kontakten, wobei zwei der Kontakte einen zusätzlichen externen Fluss Φ_e einschließen.

c)(4 Punkte) Berechnen sie mit Hilfe der Definitionen

$$\phi_\pm = \frac{\phi_1 \pm \phi_2}{2}, \; \frac{1}{E_+} = \frac{1}{E_C} + \frac{1}{E_{C'}}, \; E_{J'} = \alpha E_J \text{ mit } 0 < \alpha < 1, \tag{3}$$

und dem Aufgabenteil b) die Lagrange-Funktion des gesammten Rings und bestimmen sie das Potential (zum vgl. $V = -2E_J \cos(\phi_+)\cos(\phi_-) - \alpha E_J \cos(\phi_E - 2\phi_+) + \text{const.}$).

d)(2 Punkte) Plotten sie mit einem geeigneten Programm das Potential mit $\phi_E = \pi$, $E_J = 1$ für $\alpha = 0.5$ und $\alpha = 0.7$ in dem Bereich $\phi_+/\phi_- \in [-1, 1, 1.1]$. Vergewissern sie sich, dass entlang ϕ_+ ein Doppelmuldenpotential entsteht und entlang ϕ_- ein harmonisches Potential.