

Theoretische Physik I

SS 2015
Blatt 6

27.05.2015
Fälligkeitsdatum 03.06.2015

Problem 1: Corioliskraft

Betrachten Sie eine Münze, welche aus einer Höhe von $H = 100\text{m}$ bei 48° nördlicher (oder südlicher) Breite Richtung Erdboden fallen gelassen wird. Die Erde dreht sich dabei mit einer Winkelgeschwindigkeit von $\Omega = 7.2 \times 10^{-5}/\text{s}$.

- Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Münze in dem rotierenden Bezugssystem auf. Die Gravitationskraft kann auf dieser Längenskala als konstant angenommen werden. Zudem soll die Zentrifugalkraft vernachlässigt werden.
(5 Punkte)
- Berechnen Sie die Länge der Strecke, die die Münze in horizontaler Richtung zurücklegt. Die Flugzeit der Münze ist dabei gegeben durch $\sqrt{2H/g}$ und die Winkelgeschwindigkeit kann dabei als sehr klein angenommen werden.
(5 Punkte)

Problem 2: Holonome Zwangsbedingung

Betrachten Sie die Rollbewegung eines Balles auf einer schiefen Ebene. Dabei bezeichnen M die Masse, I das Trägheitsmoment und R den Radius des Balles. Der Reibungskoeffizient soll dabei so hoch sein, dass der Ball bloß über den Untergrund rollt, statt zu rutschen.

- Schreiben Sie die Zwangsbedingung für die Rollbewegung des Balles auf, die die Translation des Schwerpunktes mit der Rotation des Balles verknüpft.
(2 Punkte)
- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen des Balles (gegeben durch die Euler-Lagrange-Gleichungen) und finden Sie den Lagrange-Multiplikator.
(8 Punkte)

Problem 3: Isoperimetrisches Problem

Die phönizische Königin landet in Tunesien und möchte an einem geraden Küstenstreifen eine Stadt gründen. Dabei können die Soldaten jedoch nur eine Grenze von 100km Länge bewachen (gemeint sind hier nur Grenzen auf dem Festland). Wie groß kann ihre Stadt maximal sein? Das infinitesimale Linienelement ist durch $\sqrt{1 + y'^2}dx$ gegeben.

- Schreiben Sie das Variationsprinzip in Form eines Integrals über dx auf.
(3 Punkte)
- Schreiben Sie die Euler-Lagrange-Gleichung auf.
(3 Punkte)
- Lösen Sie die Gleichung durch zweimaliges Integrieren. Welche geometrische Figur hat dabei die Stadtgrenze?
(4 Punkte)

Problem 4: Lagrange Multiplikatoren

Benutzen sie Lagrange Multiplikatoren um das folgende zu lösen

- (a) Wie groß ist der Abstand der Linie $x + 2y + 2z = 3$ zum Ursprung.
(5 Punkte)
- (b) Finden sie Minimum und Maximum der Funktion $f(x, y, z) = x$ über dem Schnitt der Ebene $z = x + y$ und des Ellipsoids $x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 8$.
(5 Punkte)