Theoretische Physik I/II

WS 2016/17 **16.12.2016**
Übungsblatt VII **Abgabedatum 06.01.2017**

Dr. Ferdi Schank http://qsolid.uni-saarland.de/?Lehre:TP_I

Aufgabe 1 *Erzwungene Schwingung mit Reibung*

Zur Mechanik gibt es analoge elektrische Systeme, wie den RLC-Schaltkreis (siehe Abbildung 1). Eine Spannungsquelle $V(t)$ erzeugt einen Strom $I(t)$ durch einen Widerstand R, der als Dämpfungsterm wirkt, eine Spule L, die sich wie ein Trägheitsterm des Stromes verhält, und einen Kondensator C, der Ladung speichert. Es soll hier gezeigt werden, dass sich dieses System analog zur mechanischen Schwingung verhält.

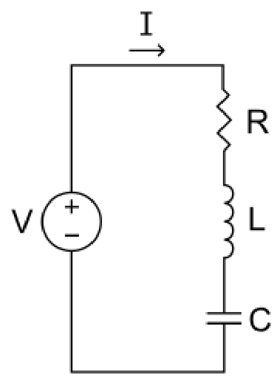

Abbildung 1: RLC-Schaltkreis.

a) Verwenden sie die Kirchhoffschen Regeln um die Bewegungsgleichung des Stroms herzuleiten

$$\ddot{I} + 2\lambda\dot{I} + \omega_0^2 I = \frac{1}{L}\dot{V}(t) \ , \tag{1}$$

mit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ und $\lambda = \frac{R}{2L}$. Bestimmen sie die Lagrangefunktion für $R = 0$ und vergleichen sie diese mit der erzwungenen mechanischen Schwingung.
Hinweis: der Spannungsabfall im Widerstand ist $V = RI$, $V = L\dot{I}$ in der Spule und der Strom durch den Kondensator ist $I = C\dot{V}$.

(2 Punkte)

b) Bestimmen sie die erzwungene Schwingung unter der „Kraft" $V(t)$ für die folgenden Fälle, wenn das Sytem bei $t = 0$ im Gleichgewicht ($V = \dot{V} = 0$) startet und kein Widerstand ($R = 0$) vorhanden ist: (i) $V = At$, (ii) $V = Bt^2$, (iii) $V = V_0 e^{-\alpha t}$, (iv) $V = V_0 e^{-\alpha t} e^{i\beta t}$.
Die Größen A, B, V_0, α und β sind Konstanten.

(4 Punkte)

c) Bestimmen sie die erzwungene Schwingung unter der externen Kraft $V = V_0 e^{-\alpha t} e^{i\beta t}$ mit Reibung ($R > 0$).

(2 Punkte)

Aufgabe 2 *Zentrifugalkraft*

Ein Planet der Masse M mit Radius R dreht sich um seine $\hat{z}$-Achse (durch die beiden Pole) mit der Winkelgeschwindigkeit Ω. Ein Beobachter der Masse m befindet sich auf dem Breitengrad λ ($\lambda = 0$ ist der Äquator und $\lambda = \frac{\pi}{2}$ der Nordpol), dessen Position auf der Oberfläche sich im rotierenden Bezugssystemwe als $\vec{r} = R\,(\hat{x}\cos\lambda + \hat{z}\sin\lambda)$ schreiben lässt.

a) Bestimmen sie die Zentrifugalkraft und die Newtonsche Kraft, die auf den Beobachter wirken.

(2 Punkte)

b) Bestimmen sie die Winkelgeschwindigkeit Ω, für die die Zentrifugalkraft die Gravitationskraft am Äquator ausgleicht.

(1 Punkt)

c) Erklären sie, warum die Erde keine perfekte Kugel ist.

(1 Punkt)

Aufgabe 3 *Corioliskraft*

Bestimmen sie die Ablenkung infolge der Erdrotation eines frei fallenden Körpers von der Vertikalen für eine kleine Winkelgeschwindigkeit $\vec{\Omega}$. Des Weiteren soll gelten:

1. Die anfängliche Höhe h is klein gegenüber dem Erdradius R, sodass sich das Gravitationspotenzial durch $U = -m\vec{g}\cdot\vec{r}$ annähern lässt, wobei $\vec{g}$ die Erdbeschleunigung ist. Wie in Aufgabe 1 bezeichnet λ den Breitengrad des Experiments.
2. Vernachlässigen sie die Zentrifugalkraft, da diese nur vom kleineren Quadrat der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\Omega}$ abhängt.

a) Zeigen sie, dass für die Bewegungsgleichung gilt

$$\dot{\vec{v}} = 2\vec{v}\times\vec{\Omega} + \vec{g}. \tag{2}$$

(2 Punkte)

b) Zeigen sie für die Ablenkung

$$\Delta y = -\frac{1}{3}\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{3}{2}} g\Omega\cos\lambda. \tag{3}$$

Wird der Körper nach Osten oder Westen abgelenkt?
Hinweis: Die Fallzeit kann durch $t \approx \sqrt{\frac{2h}{g}}$ genähert werden. Nehmen sie eine Anfangsgeschwindigkeit von null an.

(2 Punkte)