# Theoretische Physik I/II

**WS 2014/15** **28.11.2014**
**Übungsblatt VI** **Abgabedatum 05.12.2014**

Dr. Ferdi Schank http://qsolid.uni-saarland.de/?Lehre:TP_I

## Aufgabe 1 *Erzwungene Schwingung mit Reibung*

Zur Mechanik gibt es analoge elektrische Systeme, wie den RLC-Schaltkreis (siehe Abbildung 1). Eine Spannungsquelle $V(t)$ erzeugt einen Strom $I(t)$ durch einen Widerstand $R$, der als Dämpfungsterm wirkt, eine Spule $L$, die sich wie ein Trägheitsterm des Stromes verhält, und einen Kondensator $C$, der Ladung speichert. Es soll hier gezeigt werden, dass sich dieses System analog zur mechanischen Schwingung verhält.

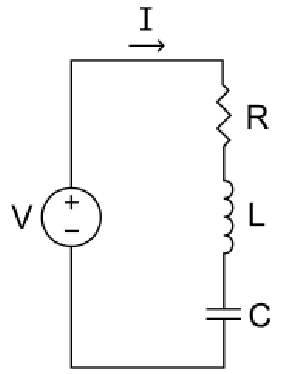


Abbildung 1: RLC-Schaltkreis.

a) Verwenden sie die Kirchhoffschen Regeln um die Bewegungsgleichung des Stroms herzuleiten

$$\ddot{I} + 2\lambda\dot{I} + \omega_0^2 I = \frac{1}{L}\dot{V}(t) \, , \tag{1}$$

mit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ und $\lambda = \frac{R}{2L}$. Bestimmen sie die Lagrangefunktion für $R = 0$ und vergleichen sie diese mit der erzwungenen mechanischen Schwingung.
*Hinweis: der Spannungsabfall im Widerstand ist $V = RI$, $V = L\dot{I}$ in der Spule und der Strom durch den Kondensator ist $I = C\dot{V}$.*

(*2 Punkte*)

b) Bestimmen sie die erzwungene Schwingung unter der „Kraft" $V(t)$ für die folgenden Fälle, wenn das Sytem bei $t = 0$ im Gleichgewicht ($V = \dot{V} = 0$) startet und kein Widerstand ($R = 0$) vorhanden ist: (i) $V = At$, (ii) $V = Bt^2$, (iii) $V = V_0 e^{-\alpha t}$, (iv) $V = V_0 e^{-\alpha t} e^{i\beta t}$. Die Größen $A$, $B$, $V_0$, $\alpha$ und $\beta$ sind Konstanten.

(*4 Punkte*)

c) Bestimmen sie die erzwungene Schwingung unter der externen Kraft $V = V_0 e^{-\alpha t} e^{i\beta t}$ mit Reibung ($R > 0$).

(*2 Punkte*)

## Aufgabe 2 *Molekülschwingungen*

a) Bestimmen sie die Schwingungen eines Systems mit zwei Freiheitsgraden und der Lagrangefunktion

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right) - \frac{1}{2}\omega_0^2\left(x^2 + y^2\right) + \alpha x y \tag{2}$$

(zwei identische eindimensionale Systeme mit Eigenfrequenz $\omega_0$, die über die Wechselwirkung $-\alpha x y$ miteinander gekoppelt sind). Stellen sie die Lagrangefunktion in Normalkoordinaten (zwei ungekoppelte Moden) dar.
*Hinweis: bestimmen sie zunächst die Bewegungsgleichungen für $x$ und $y$ sowie die charakteristische Gleichung und deren Lösung, um die Schwingungsenergieen zu erhalten.*
*(2 Punkte)*

b) Moleküle können als kleine Massen beschrieben werden, die über Federn miteinander verbunden sind. Bestimmen sie das Verhältnis der Schwingungsfrequenzen $\omega$ and $\omega'$ zweier zweiatomiger Moleküle, die aus Atomen verschiedener Isotope bestehen, mit den Atommassen $m_1$,$m_2$ und $m_1'$, $m_2'$.
*(1 Punkt)*

c) Bestimmen sie die Schwingungsfrequenzen eines linearen dreiatomigen Moleküls $ABA$ (siehe Abbildung 2). Es wird angenommen, dass die potenzielle Energie nur von den Abständen $AB$ und $BA$ und vom Winkel $ABA$ abhängt.

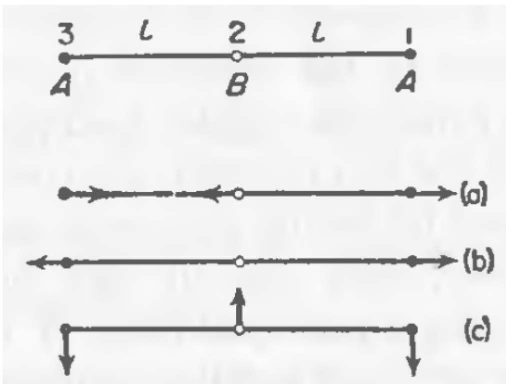


Abbildung 2: die Schwingungsmoden für ein symmetrisches, lineares, dreiatomiges Molekül.

*Hiweis: es gibt zwei longitudinale Moden mit der Lagrangefunktion*

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m_A\left(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_3^2\right) + \frac{1}{2}m_B\dot{x}_2^2 - \frac{1}{2}k_1\left[(x_1 - x_2)^2 + (x_3 - x_2)^2\right] \tag{3}$$

*und eine transversale Mode mit der Lagrangefunktion*

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m_A\left(\dot{y}_1^2 + \dot{y}_3^2\right) + \frac{1}{2}m_B\dot{y}_2^2 - \frac{1}{2}k_2\ell^2\delta^2\,, \tag{4}$$

*mit der kleinen transversalen Verschiebung* $\delta = \frac{1}{\ell}\left[(y_1 - y_2) + (y_3 - y_2)\right]$.
*(3 Punkte)*