

Theoretische Physik I/II

WS 2014/15
Übungsblatt IX

19.12.2014
Abgabedatum 09.01.2015

Dr. Ferdi Schank

http://qsolid.uni-saarland.de/?Lehre:TP_I

Aufgabe 1 *Symmetrischer Kreisel*

Führen sie die Bewegung eines schweren symmetrischen Kreisels, dessen niedrigster Punkt fixiert ist, siehe Abbildung 1, auf eine Quadratur zurück. Die Lagrangegleichung des Kreisels im Gravitationsfeld lautet

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (I_1 + \mu l^2) (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{1}{2} I_3 (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta)^2 - \mu g l \cos \theta, \quad (1)$$

wobei ψ und ϕ zyklische Koordinaten sind.

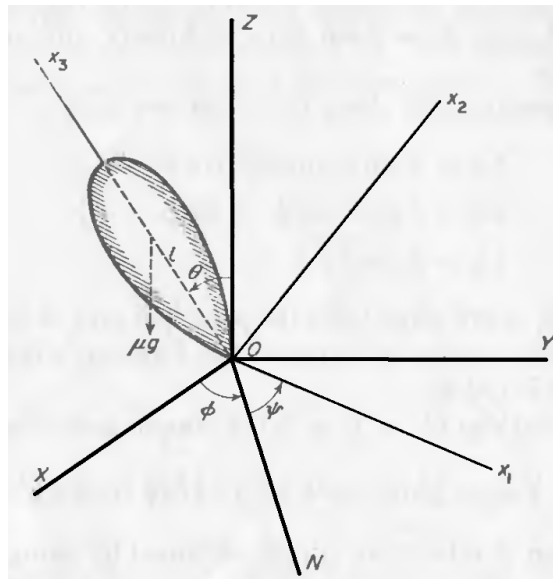


Abbildung 1: Schwerer symmetrischer Kreisel der Masse μ . Der gemeinsame Ursprung von bewegtem und ruhendem Bezugssystem ist der Fixpunkt des Kreisels O mit der vertikalen Z -Achse. Der Abstand zwischen dem Ursprung O und dem Schwerpunkt beträgt l .

a) Bestimmen sie die konstanten der Bewegung $p_\psi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}}$ und $p_\phi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}}$ sowie die Energie E .
(2 Punkte)

b) Zeigen sie, dass für die Bewegung gilt

$$t = \int \frac{d\theta}{\sqrt{\frac{2}{I_1} [E' - U_{\text{eff}}(\theta)]}}, \quad (2)$$

mit $I'_1 = I_1 + \mu l^2$, $E' = E - \frac{p_\psi^2}{2I_3} - \mu gl$ und

$$U_{\text{eff}} = \frac{(p_\phi - p_\psi \cos \theta)^2}{2I'_1 \sin^2 \theta} - \mu gl (1 - \cos \theta). \quad (3)$$

(3 Punkte)

- c) Bestimmen sie für den Fall, dass sich der Kreisel um seine vertikale Achse dreht ($\theta = 0$), die minimale Kreisfrequenz Ω_z einer stabilen Kreiselbewegung. (2 Punkte)

Aufgabe 2 *Hamiltonformalismus (Bonusaufgabe)*

- a) Bestimmen sie die ein-Teilchen-Hamiltonfunktion in kartesischen (x, y, z) , Zylinder- (r, ϕ, z) und Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) .

(3 Punkte)

- b) Bestimmen Sie die Hamiltonfunktion für einen einfachen LC-Schwingkreis, bestehend aus einem Kondensator C und einer Spule L .

(2 Punkte)

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch