

# Theoretische Physik I/II

WS 2016/17  
Übungsblatt IX

13.01.2017  
Abgabedatum 20.01.2017

Dr. Ferdi Schank

<http://qsolid.uni-saarland.de/?Lehre>

## Aufgabe 1 *Kanonische Bewegungsgleichungen - Hamiltonsche Dynamik*

Bisher haben wir nur die Lagrangefunktion  $\mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t)$  eines gegebenen klassischen Systems betrachtet. Mit Hilfe einer Legendre-Transformation können wir die Hamiltonfunktion

$$\mathcal{H}(q_i, p_i, t) = \sum_j p_j \dot{q}_j - \mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t) \quad (1)$$

mit kanonischen Momenten

$$p_i \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \quad (2)$$

bestimmen. Die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen lassen sich nun in vereinfachter Form als

$$\dot{p}_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \quad (3)$$

schreiben. Analog gilt nun für die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen

$$\dot{q}_i = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \quad (4)$$

$$-\dot{p}_i = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i}, \quad (5)$$

sowie  $\partial_t \mathcal{H} = -\partial_t \mathcal{L}$ . Lösen Sie die folgenden Aufgaben mit Hilfe des Hamiltonformalismus.

- a) Ein Teilchen der Masse  $m$  bewege sich unter Einfluss der Gravitation entlang einer Helix  $z = k\theta$  mit konstantem Radius  $r$ , wobei  $k$  eine Konstante ist und  $z$  die vertikale Achse (Höhe) beschreibt. Geben Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen an (Sie müssen sie nicht lösen) und finden Sie damit einen Ausdruck für  $\ddot{z}(t)$ . (5 Punkte)
- b) Eine massenlose Feder der Länge  $b$  und Federkonstanten  $k$  verbinde zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$ . Das System befinde sich auf einer Ebenen Oberfläche und kann sowohl oszillieren als auch rotieren.
  - Bestimmen Sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen. (4 Punkte)
  - Bestimmen Sie die zu den zyklischen Koordinaten gehörenden generalisierten Momente. (2 Punkte)
  - Bestimmen Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen. (4 Punkte)

## Aufgabe 2 *Coulombgesetz*

Bestimmen sie das elektrische Feld in einem Abstand  $z$  vom Mittelpunkt eines geraden Leiterstücks der Länge  $2L$  mit einer homogenen Ladungsverteilung  $\lambda$  (Abbildung 1).

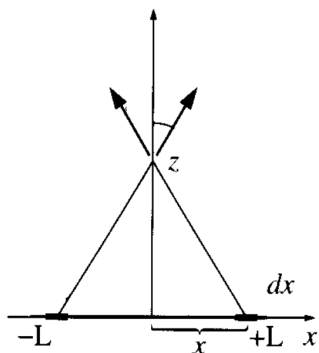


Abbildung 1: Geladenes Leiterstück.

(3 Punkte)

## Aufgabe 3 *Lorentzkraft*

Eine rechteckige Leiterschleife, an der eine Masse  $m$  befestigt ist, ragt mit ihrem oberen Ende in ein homogenes Magnetfeld  $\mathbf{B}$  hinein, welches in Richtung der schraffierten Ebene in Abbildung 2 zeigt. Für welche Stromstärke  $I$  würde die aufwärtsgerichtete magnetische Kraft die abwärtsgerichtete Gravitationskraft gerade aufheben?

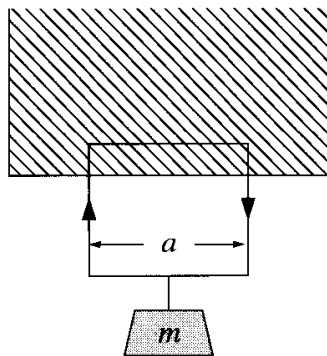


Abbildung 2: Lorentzkraft

(3 Punkte)