

# Theoretische Physik I/II

WS 2016/17  
Übungsblatt XIII

10.02.2017  
Abgabedatum 17.02.2017

Dr. Ferdi Schank

[http://qsolid.uni-saarland.de/?Lehre:TP\\_I](http://qsolid.uni-saarland.de/?Lehre:TP_I)

## Aufgabe 1 *Spiegelladungen*

Nutzen Sie die Methode der Spiegelladungen, um diese Aufgabe zu bearbeiten. Eine Punktladung  $q$  befindet sich in einer hohlen, geerdeten, leitenden Kugelschale mit Radius  $a$ .

- Bestimmen Sie das Potential im inneren der Kugelschale der Kugelschale. (1 Punkt)
- Bestimmen Sie die induzierte Flächenladungsdichte (welche sich aus der Normalenableitung von  $\Phi$  an der Oberfläche ergibt) und zeigen Sie explizit mit Hilfe des Gausschen Gesetzes, dass die Gesamtladung auf der inneren Fläche der Kugelschale  $-q$  beträgt. (3 Punkte)
- Nutzen Sie eine Spiegelladung  $q'$ , welche sich am Punkt  $\mathbf{y}'$  außerhalb der Kugelschale befindet, um das Problem zu vereinfachen. Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen  $y$  und  $y'$  aus der Randwertbedingung  $\Phi(x = a) = 0$  her. (3 Punkte)
- Nutzen Sie das Coulombsche Gesetz, um die Kraft und Richtung der auf  $q$  wirkenden Kraft zu berechnen. (2 Punkte)

*Hinweis: Für den Fall, dass die Punktladung (beschrieben durch die Koordinate  $\mathbf{y}$ ) außerhalb des Zylinders ist ( $y > a$ ) gilt für das Potential:*

$$\Phi(\mathbf{x}) = q/(4\pi\epsilon_0) \cdot (|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^{-1} - a/y \cdot |\mathbf{x} - (a/y) \cdot \mathbf{y}|^{-1}).$$

## Aufgabe 2 *Biot-Savart Gesetz und die Helmholtzspule*

Eine dicht gewickelte kreisförmige Spule mit Radius  $a$  wird von einem Strom  $I$  durchflossen. Sie befindet sich in der  $x$ - $y$  Ebene mit Mittelpunkt im koordinatenursprung.

- Bestimmen Sie die magnetische Induktion  $B$  mit Hilfe des Bio-Savart Gesetzes für jeden Punkt der  $z$ -Achse. (2.5 Punkte)
- Eine zweite, identische Spule (mit identischen Maßen, gleicher Stromrichtung, etc.) sei auf der selben Achse, ebenfalls mit dem Spulenring in der  $x$ - $y$  Ebene, eine Entfernung  $b$  von der ersten Spule entfernt. Der Koordinatenursprung sei nun auf halbe Höhe auf der  $z$ -Achse zwischen den beiden Spulen verschoben. Zeigen Sie, dass sich mit  $d^2 = a^2 + b^2/4$  die magnetische Induktion  $B$  nahe des Ursprungs zu

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{d^3} \left[ 1 + \frac{3(b^2 - a^2)z^2}{2d^4} + \frac{15(b^4 - 6b^2 a^2 + 2a^4)z^4}{16d^8} + \dots \right] \quad (1)$$

entwickeln lässt.

*Hinweis: Entwickeln Sie nach Ordnungen von  $\xi \equiv z/d^2$ .* (3.5 Punkte)

- c) Zeigen Sie, dass für die beiden Spulen aus Teil b) die magnetische Induktion  $B_z$  für große  $|z|$  durch eine Entwicklung in inverse ungerade Potenzen von  $|z|$ , welche in Teil b) durch die Entwicklung in kleinen  $z$  gefunden wurde, durch die formale Substitution  $d \rightarrow |z|$  erhalten werden kann. (1.5 Punkte)
- d) Für  $b = a$  formen die beiden Spulen ein sogenanntes *Helmholtzspulenpaar*. Wie lautet für diesen Fall der maximal zulässige Wert für  $|z|/a$ , damit das axiale Feld näherungsweise homogen ist mit einer Abweichung i)  $\delta B/B = 10^{-4}$  und ii)  $\delta B/B = 10^{-2}$ ? (2.5 Punkte)