

Theoretische Physik 1a: Rechenmethoden der Mechanik

Übungsblatt 1

Prof. Dr. Frank Wilhelm-Mauch

Tobias Chasseur, M.Sc.

Marius Schöndorf, M.Sc.

WS 2016/2017

Abgabe 02.11.2016

Info: Die Beispielaufgaben dienen zur zusätzlichen Übung und werden nicht bepunktet; die zugehörigen Lösungen werden jeweils Freitags vor dem Abgabetermin des jeweiligen Übungsblattes veröffentlicht. Sie können somit Ihre Lösungen selbst kontrollieren. Die Punkte werden daher ausschließlich in den Teilen mit der Überschrift Hausaufgabe gesammelt.

Aufgaben die mit (*) gekennzeichnet sind müssen nur von denjenigen bearbeitet werden die die 7 CP Version der Vorlesung benötigen (BA-Physik + alle anderen, die zusätzliche 2 CP im WP Bereich einbringen wollen)

Aufgabe 1: Stetigkeit

(10 Punkte)

(a) Beweisen Sie folgende Aussagen:

(i) Sei $f(x)$ eine stetige Funktion, sodass $f(x) = 0$ für alle rationalen Zahlen x . Dann gilt $f(x) = 0$ für alle x . (2 Punkte)

(ii) Seien $f(x)$ und $g(x)$ zwei stetige Funktionen, sodass $f(x) = g(x)$ für alle rationalen Zahlen x . Dann gilt $f(x) = g(x)$ für alle x . (2 Punkte)

(b) Sei $f(x)$ eine stetige Funktion, die das geschlossene Intervall $[a, b]$ auf sich selbst abbildet. Zeigen Sie mithilfe des Zwischenwertsatzes, dass $f(x)$ einen Fixpunkt besitzt, d.h. einen Punkt für den $f(x) = x$ gilt. (3 Punkte)

(c) Bestimmen Sie die Unstetigkeitsstellen (falls existent) der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x & , x \text{ ist rational} \\ 0 & , x \text{ ist irrational} \end{cases}$$

(3 Punkte)

Aufgabe 2: Differentiation

(10 Punkte)

Beispielaufgabe

Berechnen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen.

(a) $f(x) = (x-1)(1+x)(x-2)$

(b) $f(x) = -e^{(1-x^2)}$

Hausaufgabe

(a) $f(x) = -\cos^4(3x^2/\pi - x)$ (1,5 Punkte) (e) $f(x) = -x^2 \cos(\pi x)$ (*) (1,5 Punkte)

(b) $f(x) = \ln\sqrt{x^2+1}$ (1,5 Punkte) (f) $f(x) = \cot(x)$ (1 Punkt)

(c) $f(x) = \sinh(x)$ (1 Punkt) (g) $f(x) = -2\frac{\sqrt{\ln x}}{x}$ (*) (1 Punkt)

(d) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ (1 Punkt) (h) $f(x) = \coth(x)$ (*) (1,5 Punkte)

Aufgabe 3: Partielle Integration/Partialbruchzerlegung (10 Punkte)

(i) Lösen Sie folgende Integrale mittels partieller Integration

Beispielaufgabe

(a) $I(z) = \int_0^z x^2 e^{2x} dx$

(b) $I(z) = \int_0^z \ln(x) dx$

Hausaufgabe

(a) $I(z) = \int_0^z x e^{2x} dx$

(1 Punkt) (d) $I(z) = \int_0^z \sin^4(x) dx$ (1 Punkt)

(b) $I(z) = \int_0^z \ln(x) \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

(1 Punkt) (e) $I(z) = \int_0^z x \ln(x) dx$ (*) (1 Punkt)

(c) $I(z) = \int_0^z \sin^2(x) dx$

(1 Punkt) (f) $I(z) = \int_0^z \sin(x) \cos(x) dx$ (*) (1 Punkt)

(ii) Lösen Sie folgende Integrale mittels einer Partialbruchzerlegung

Beispielaufgabe

(a) $I(z) = \int_0^z \frac{x+2}{x^3-3x^2-x+3} dx$

Hausaufgabe

(a) $I(z) = \int_0^z \frac{4x-1}{(x+2)(x-1)^2} dx$

(1 Punkt) (c) $I(z) = \int_0^z \frac{3x}{(x+1)^2(x-2)} dx$ (1 Punkt)

(b) $I(z) = \int_0^z \frac{3x+3}{(x+1)^2(x-2)} dx$

(1 Punkt) (d) $I(z) = \int_0^z \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx$ (1 Punkt) (*)

Aufgabe 4: Integration mittels Substitution (10 Punkte)

Beispielaufgabe

(a) $I(z) = \int_0^z x \cos(x^2 + \pi) dx$

(b) $I(z) = \int_0^z \sqrt{x} e^{\sqrt{x^3}} dx$

Hausaufgabe

(a) $I(z) = \int_0^z \frac{\sqrt{1+\ln(x+1)}}{x+1} dx$

(2 Punkte) (d) $I(z) = \int_0^z \sin(x) e^{\cos(x)} dx$ (2 Punkte)

(b) $I(z) = \int_0^z x^3 e^{-x^4} dx$

(1 Punkt) (e) $I(z) = \int_0^z \frac{\sin(\sqrt{\pi x})}{\sqrt{x}} dx$ (2 Punkte) (*)

(c) $I(z) = \int_0^z x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

(1 Punkt) (f) $I(z) = \int_0^z \sin^3(x) \cos(x) dx$ (2 Punkte) (*)