

# Theoretische Physik 1a: Rechenmethoden der Mechanik

## Übungsblatt 1

Prof. Dr. Frank Wilhelm-Mauch

Peter Schuhmacher, M.Sc.

Raphael Schmit, M.Sc.

WS 2017/2018

Abgabe 26.10.2017

*Info: Die Beispielaufgaben dienen zur zusätzlichen Übung und werden nicht bepunktet; die zugehörigen Lösungen werden jeweils Freitags vor dem Abgabetermin des jeweiligen Übungsblattes veröffentlicht. Sie können somit Ihre Lösungen selbst kontrollieren. Die Punkte werden daher ausschließlich in den Teilen mit der Überschrift Hausaufgabe gesammelt.*

*Aufgaben die mit (\*) gekennzeichnet sind müssen nur von denjenigen bearbeitet werden die die 7 CP Version der Vorlesung benötigen (BA-Physik + alle anderen, die zusätzliche 2 CP im WP Bereich einbringen wollen)*

### Aufgabe 1: Aufstellen von Gleichungen (8 Punkte)

#### Beispielaufgabe

Sei  $N$  eine zweistellige natürliche Zahl und sei  $M$  die zweistellige natürliche Zahl, die entsteht, wenn man die beiden Ziffern von  $N$  vertauscht. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a)  $N - M$  ist gerade.                      (b)  $N - M$  ist ungerade.                      (c)  $N - M$  ist durch 9 teilbar.

#### Hausaufgabe

- (a) Auf dem 100m langen Umfang eines Kreises bewegen sich zwei Körper. Sie begegnen sich alle 20s, wenn sie sich in derselben Richtung bewegen und alle 4s, wenn sie sich in entgegengesetzter Richtung bewegen. Wieviel Meter legt jeder der beiden Körper in der Sekunde zurück? (3 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie die beiden Zahlen mit der folgenden Eigenschaft: Vergrößert man jede um 5, so wird die Differenz Ihrer Quadrate um 100 größer, während ihr Produkt um 325 zunimmt. (2 Punkte)
- (c) Finden Sie eine ganzrationale Funktion (Polynomfunktion) 3. Grades, deren Graph die  $y$ -Achse bei -2 schneidet, bei  $x = 3$  einen Tiefpunkt und im Punkt  $(x, y) = (2, 0)$  einen Wendepunkt hat. (3 Punkte)

### Aufgabe 2: Vollständige Induktion (6 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mit vollständiger Induktion:

#### Beispielaufgabe

Für  $n \in \mathbb{N}$  ist die Summe der ersten  $n$  ungeraden natürlichen Zahlen gleich  $n^2$ .

#### Hausaufgabe

- (a)  $3^{(2^n)} - 1$  ist durch  $2^n$  teilbar für alle  $n \in \mathbb{N}$ . (3 Punkte)
- (b) Für eine reelle Zahl  $x \geq -1$  und  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ . (3 Punkte)

### Aufgabe 3: Stetigkeit und Differentiation (9 Punkte)

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen den maximalen Definitionsbereich  $D_i \subset \mathbb{R}$ . Untersuchen Sie, für welche  $x \in D_i$  die Funktion  $f_i(x)$  differenzierbar ist und bestimmen Sie die Ableitung  $f'_i(x)$ . Ist  $f'_i(x)$  stetig?

#### Beispielaufgabe

(a)  $f_1(x) = |x^3|$

(b)  $f_2(x) = \frac{\sin(\exp(x))}{\sqrt{x+1}}$

#### Hausaufgabe

(a)  $f_3(x) = (x^2 - 3x + 7) \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$  (3 Punkte)

(c)  $f_5(x) = \begin{cases} x^3 & \text{für } x \geq 0 \\ e^3 x^2 & \text{für } x < 0 \end{cases}$  (3 Punkte)

(b)  $f_4(x) = \pi^x$  (3 Punkte)

### Aufgabe 4: Differentiation (10 Punkte)

#### Beispielaufgabe

Berechnen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen.

(a)  $f(x) = (x-1)(1+x)(x-2)$

(b)  $f(x) = -e^{(1-x^2)}$

#### Hausaufgabe

(a)  $f(x) = -\cos^4(3x^2/\pi - x)$  (1,5 Punkte) (e)  $f(x) = -x^2 \cos(\pi x)$  (\*) (1,5 Punkte)

(b)  $f(x) = \ln\sqrt{x^2+1}$  (1,5 Punkte) (f)  $f(x) = \cot(x)$  (1 Punkt)

(c)  $f(x) = \sinh(x)$  (1 Punkt) (g)  $f(x) = -2\frac{\sqrt{\ln x}}{x}$  (1 Punkt)

(d)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  (1 Punkt) (h)  $f(x) = \coth(x)$  (\*) (1,5 Punkte)

### Aufgabe 5: Satz von de l'Hospital (\*) (7 Punkte)

Berechnen Sie den folgenden Grenzwert mit Hilfe des Satzes von de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x^2)^{2017} - (1-x^2)^{2017}}{\cos(e^x - 1) - 1}$$