

Theoretische Physik III/IV für Lehramtskandidaten

Übungsblatt 2

Dr. Ferdi Schank
M.Sc. Peter Schuhmacher

SS 2016

26.04.2016

Aufgabe 1: Endlicher Potentialtopf (15 Punkte)

Lösen Sie die Schrödingergleichung für ein Teilchen in einem endlichen Potentialtopf

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| > a \\ -V_0 & |x| < a \end{cases}$$

wobei $V_0 > 0$.

- (a) Finden Sie die gebundenen Zustände ($0 > E > -V_0$). Das erfordert am Ende das Finden der Nullstellen einer transzendenten (also nicht-polynomialen) Funktion. Diskutieren Sie diese Nullstellen grafisch, gerne unter Zuhilfenahme eines Computers. (10 Punkte)
- (b) Diskutieren Sie die Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit, das Teilchen außerhalb des Potentialtopfs zu finden, von der Energie. (5 Punkte)

Aufgabe 2: Deltapotential (10 Punkte)

Wir betrachten ein Teilchen in einem Deltapotential $V(x) = V_0\delta(x)$.

- (a) Bestimmen Sie die Anschlussbedingungen für die Wellenfunktion $\psi(x)$ und die Ableitung $\psi'(x)$ des Teilchens um $x = 0$. Verwenden Sie den Ansatz

$$\psi(x) = \begin{cases} a_+e^{ikx} + a_-e^{-ikx}, & x < 0 \\ b_+e^{ikx} + b_-e^{-ikx}, & x > 0. \end{cases}$$

Das Ergebnis wird durch die Wahrscheinlichkeitsamplituden a_- , a_+ , b_- , und b_+ sowie andere Modellparameter ausgedrückt.

Hinweis: Integrieren Sie die Schrödingergleichung von $x = -\epsilon$ bis $x = \epsilon$ und betrachten Sie den Limes $\epsilon \rightarrow 0^+$ (7 Punkte)

- (b) Finden Sie den gebundenen Zustand mit Energie $E < 0$ im Falle eines attraktiven Potentials $V_0 < 0$.
Hinweis: Die Wellenfunktion muss im Unendlichen verschwinden. (3 Punkte)

Aufgabe 3: Potentialbarriere (25 Punkte)

- (a) Finden Sie die Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung eines Teilchens, das von links nach rechts propagiert, welches mit der Potentialbarriere

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| > a \\ V_0, & |x| < a \end{cases}$$

wechselwirkt. Hierbei ist $V_0 > 0$ und für die Energie E des Teilchens gilt $E > V_0$. Berechnen Sie die Transmissionsamplitude T und die Reflexionsamplitude R des Teilchens. (15 Punkte)

- (b) Zeigen Sie, dass das Quantenteilchen auch für Energien höher als die Potentialbarriere eine im Allgemeinen nicht verschwindende Wahrscheinlichkeit hat reflektiert zu werden. Zeigen Sie, dass für $E \gg V_0$ diese Wahrscheinlichkeit gegen Null geht. (6 Punkte)
- (c) Finden Sie die Energiezustände, für die es keine Reflexion gibt. (4 Punkte)