

Theoretische Physik III

SS 2013
Blatt XIII

11.7.2013
Fälligkeitsdatum 18.7.2013

Prof. Dr. Wilhelm-Mauch

http://qsolid.uni-saarland.de/?Lehre:TP_III

Übung 1 *Quantenpunkt*

Ein Quantenpunkt ist ein Halbleiter, dessen Anregungen, z.B. Elektronen, in allen Ortsrichtungen gebunden sind. Dieses System wird beschrieben durch ein Teilchen in einem eindimensionalen Potenzial gegeben durch

$$\hat{V}(\hat{x}) = \begin{cases} \infty & |x| > a \\ V_0 \cos\left(\frac{\pi\hat{x}}{2a}\right) & |x| \leq a \end{cases} .$$

- Unter welcher Bedingung kann die Störungstheorie benutzt werden, wobei $V(x)$ als Störung des unendlichen Potenzialtopfs betrachtet werden kann? *(1 Punkt)*
- Berechne die Energie des Grundzustands bis zur ersten Ordnung Störungstheorie. *(2 Punkte)*
- Berechne die Energie des ersten angeregten Zustands bis zur ersten Ordnung Störungstheorie. *(2 Punkte)*

Übung 2 *Exaktes Ergebnis aus der Störungstheorie*

Betrachte den eindimensionalen harmonischen Oszillator mit Ladung q . Ein kleines, zeitunabhängiges elektrisches Feld \mathbf{E} in Richtung \mathbf{e}_x wirkt auf das Teilchen über das Potenzial $\hat{V} = -qE\hat{x}$.

- Zeige, dass in erster Ordnung Störungstheorie die Energieniveaus unverändert bleiben. *(1 Punkt)*
- Berechne die zweite Ordnung der Energieverschiebung und zeige, dass die Verschiebung aller Energieniveaus gleich ist. *(2 Punkte)*
- Zeige, dass das Ergebnis aus b) exakt ist, d.h. dass alle höheren Ordnungen der Energieverschiebungen null sind.
Hinweis: man kann dies ohne Berechnung zeigen. *(1 Punkt)*

Übung 3 *Zweidimensionaler gekoppelter harmonischer Oszillator*

Der zweidimensionale harmonische Oszillator, beschrieben durch

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{y}^2,$$

besitzt die Eigenwerte $\hbar\omega(n_x + n_y + 1)$.

- a) Wie lautet die Entartung des ersten angeregten Zustands? (1 Punkt)
- b) Berechne die Aufspaltung dieser Zustände unter der Störung $\hat{V} = C\hat{x}\hat{y}$, wobei C eine Konstante ist.
Hinweis: benutze die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren \hat{a}^\dagger und \hat{a} . (3 Punkte)

Übung 4 *Transientes Feld*

Nimm an, dass ein quantenmechanischer harmonischer Oszillator $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1/2)$ sich im Zustand $|0\rangle$ zur Zeit $t = -\infty$ befindet. Dieser wird gestört durch ein schwaches, transientes elektrisches Feld

$$\hat{V}(t) = -eE\hat{x}e^{-t^2/\tau^2}.$$

- a) Was ist die Wahrscheinlichkeit in erster Ordnung Störungstheorie das Teilchen im ersten angeregten Zustand zur Zeit $t = \infty$ zu finden? (2 Punkte)
- b) Berechne bis zur zweiten Ordnung die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen sich im zweiten angeregten Zustand zur Zeit $t = \infty$ befindet. (2 Punkte)