

# Mathematischer Vorkurs für Studienanfänger

## Übungsblatt 5

Prof. Dr. Frank Wilhelm-Mauch

M.Sc. Lukas Theis

M.Sc. Andreas Buchheit

WS 2017/2018

29.09.2017

### Aufgabe 1: Stetigkeit

(a) Finden Sie (falls existent) die Stellen, an denen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & , x \neq -2 \\ 0 & , x = -2 \end{cases}$$

unstetig ist.

(b) Finden Sie (falls existent) die Unstetigkeitsstellen von

$$f(x) = \frac{3x+3}{x^2-3x-4}$$

und geben Sie Gleichungen für vertikale und horizontale Asymptoten an.

(c) Welchen Wert muss die Konstante  $k$  in der folgenden Funktionen annehmen, damit sie stetig ist?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{7x+2} - \sqrt{6x+4}}{x-2} & , x \geq -\frac{2}{7} \text{ und } x \neq 2 \\ k & , x = 2 \end{cases}$$

(d) Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , 0 \leq x \leq 1 \\ x-1 & , x > 1 \end{cases}$$

(i) Ist  $f$  stetig auf dem Intervall  $[0, 1]$ ?

(ii) Ist  $f$  stetig auf dem Intervall  $[1, 2]$ ?

### Aufgabe 2: Wachstumsprozesse

(a) Ein Baggersee zur Kiesgewinnung ist anfangs  $700m^2$  groß und wächst jede Woche um  $500m^2$ . Eine Algenart bedeckt zu Beginn der Baggerarbeiten  $3m^2$  Wasserfläche. Die mit Algen bedeckte Fläche wächst jede Woche um 80%.

(i) Durch welche Funktionen werden diese Wachstumsprozesse beschrieben? Zeichnen Sie die beiden Kurven in ein gemeinsames Koordinatensystem.

(ii) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem der See vollständig mit Algen bedeckt ist.

(b) Ein Großvater möchte für die Ausbildung seines Enkels Rücklagen bilden. Er macht seinem Enkel folgende Vorschläge:

- Er steckt für ihn monatlich 50 Euro in ein Sparschwein
- Er legt bei der Bank einmalig einen Betrag von 2500 Euro an, der dann jährlich zu einem Zinssatz von 5% verzinst wird.

Durch welche Funktionen kann man die vorhandene Geldmenge in Abhängigkeit der verstrichenen Zeit beschreiben? Zeichnen Sie die beiden Kurven in ein gemeinsames Koordinatensystem. Welcher der beiden Vorschläge ist für den Enkel lukrativer?

### Aufgabe 3: Rechnen mit Potenzen

Vereinfachen Sie die Terme: Vorzeichen bestimmen, Zahlenfaktoren multiplizieren, Potenzen zusammenfassen.

(a)  $4a^2 \cdot 2a^3$

(b)  $3p^8 \cdot 2p$

(c)  $\frac{1}{4}r^3 \cdot \frac{8}{3}r^3$

(d)  $(-x) \cdot (-9x^3)$

(e)  $5z^2 \cdot (3z^5)$

(f)  $(-6t)^2 \cdot \frac{2}{3}t^4$

### Aufgabe 4: Rechnen mit Logarithmen

Zerlegen Sie so weit wie möglich.

(a)  $\ln\left(\frac{x}{y \cdot z}\right)$

(b)  $\ln\left(\frac{x \cdot y}{x + y}\right)$

(c)  $\log_3(3x^2)$

(d)  $\ln\left(\frac{a^3}{x}\right)$

(e)  $\log_b(\sqrt{a} \cdot b^r)$

(f)  $\ln\left(\frac{\sqrt[3]{u}}{\sqrt{v}}\right)$

(g)  $\log_5(5^x \cdot x^5)$

(h)  $\log_2\left(\sqrt[3]{\frac{4ab^2}{\sqrt{c}}}\right)$